

通过可满足性测试探究幂等拟群的大集存在性问题

黄沛 马菲菲 葛存菁 张健 张瀚涛

题目: Investigating the Existence of Large Sets of Idempotent Quasigroups via Satisfiability Test

会议: 9th International Joint Conference on Automated Reasoning

联系方式: 黄沛 huangpei@ios.ac.cn 张健 zj@ios.ac.cn
马菲菲 13699168951 maff@ios.ac.cn

自动推理或自动定理证明是人工智能一个重要分支, 其研究核心是把日常生活中的推理变成一系列能在计算机上自动实现的符号演算的过程和技术。通常我们用逻辑符号来表达待推理的事实, 比如 $p \rightarrow \neg q$, $\forall x (p(x) \vee q(x))$, $\Box p$ 等。推理的关键在于判断公式的可满足性(该公式可不可以为真?)。

该论文通过混合一阶逻辑和命题逻辑推理辅助以打破对称的方式解决了欧拉奖获得者朱烈教授提出的一些关于幂等拟群大集存在性的open problems。大集存在性问题一直是组合数学中的经典问题, 其问题的本质就是对于正整数 n , 是否存在 $n-2$ 个互不相交的 n 阶拉丁方? 图1展示了2个互不相交的4阶拉丁方, 它们也是2个幂等拟群并且构成了一个大集。虽然有一些大集的存在性问题已经被数学家很好的解决但还有很多满足特定性质的大集存在性问题仍然是个未知数。

该论文利用自动推理技术自动证明了9阶2、4、6、7类大集, 11阶4、5类大集是不存在的并且给出了它们最多可以存在多少个不相交的拉丁方。其中部分问题的自动证明如果用传统方法将在一个星期内也无法得到结果, 而本文混合推理辅以打破对称的方法可以使很多一个星期都没法得到结果的大集存在性问题在几分钟内完成证明。

0	2	3	1
3	1	0	2
1	3	2	0
2	0	1	0

0	3	1	2
2	1	3	0
3	0	2	1
1	2	0	3

图1.互不相交的2个4阶拉丁方