

矩形转换问题

王少将、何昆、潘祎诚、夏盟佶

矩形转换问题, Algorithmica, 2019年
联系方式 (王少将 seuhardware@aliyun.com)

- 铁路集装箱问题的实际场景是“一带一路”的三大技术挑战之一。我们将铁路集装箱问题数学建模为矩形转换问题，理论背景可追溯到希尔伯特第三问题，具有重要理论意义。
- 矩形剖分问题定义：设 M_1 和 M_2 分别为两个矩形 $a \times b$ 和 $c \times d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$)。假定 $ab = cd$ ，那么 M_1 和 M_2 具有相同的面积。矩形转换问题需要分别为 M_1 和 M_2 找到一对同构矩形划分 P_1 和 P_2 ，即 P_1 和 P_2 为完全相等的小矩形集合，且分别为 M_1 和 M_2 的划分。
- 几何剖分算法及上界：为严格的整数矩形转换问题 $\text{SIRTP}(p, q) (q \geq p)$ 给出了近似算法，并证明了该算法的解具有 $q/p + 7\log_2 p$ 的上界。
- 几何剖分最优解下界：为严格的整数矩形转换问题 $\text{SIRTP}(p, q) (q \geq p)$ 给出了解的下界，即证明了对于任意常数 $\varepsilon, \delta > 0$ ，均有正整数 p 和 q 满足 $p < q < (1 + \delta)p$ ，使得 $\text{SIRTP}(p, q)$ 最小的解至少是 $\max\{q/p, \log_2^{1-\varepsilon} p\}$ 。与算法上界相比较，可知该下界是几乎紧致的。

