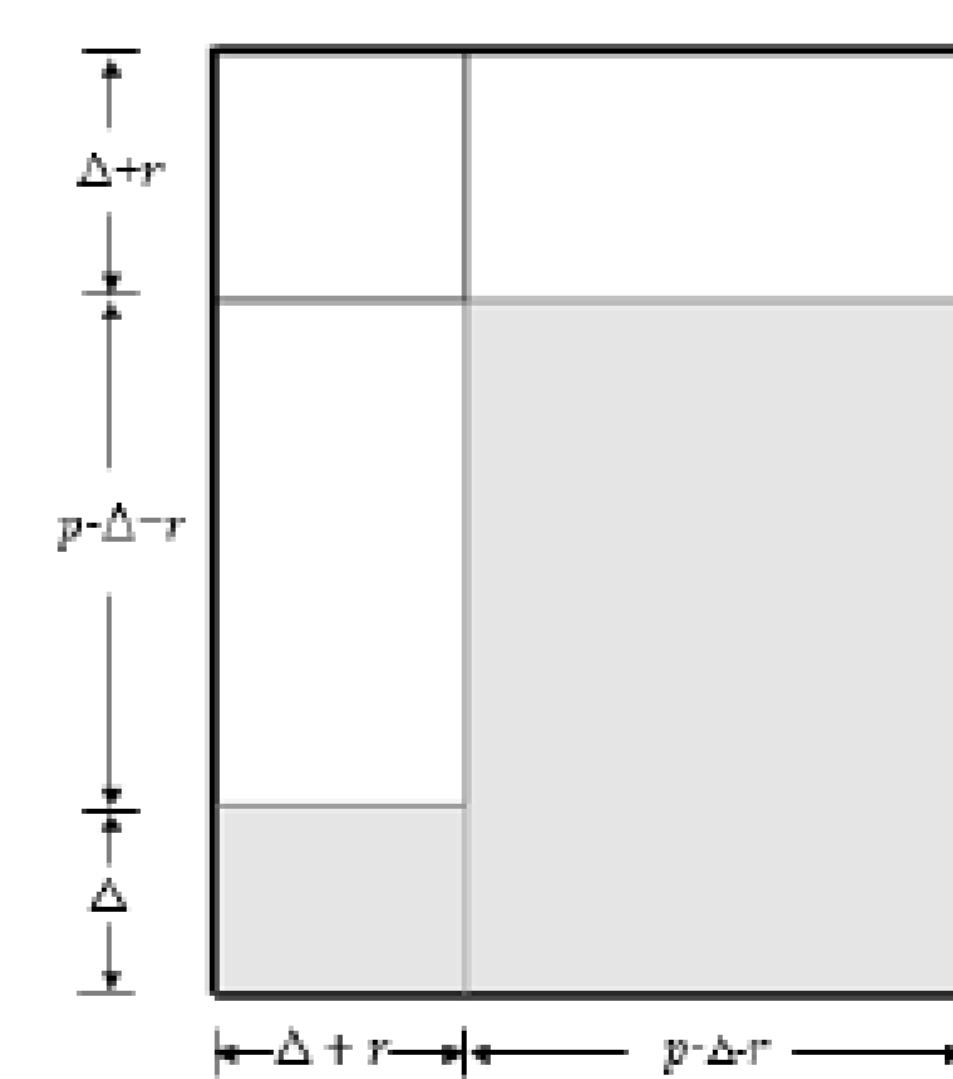
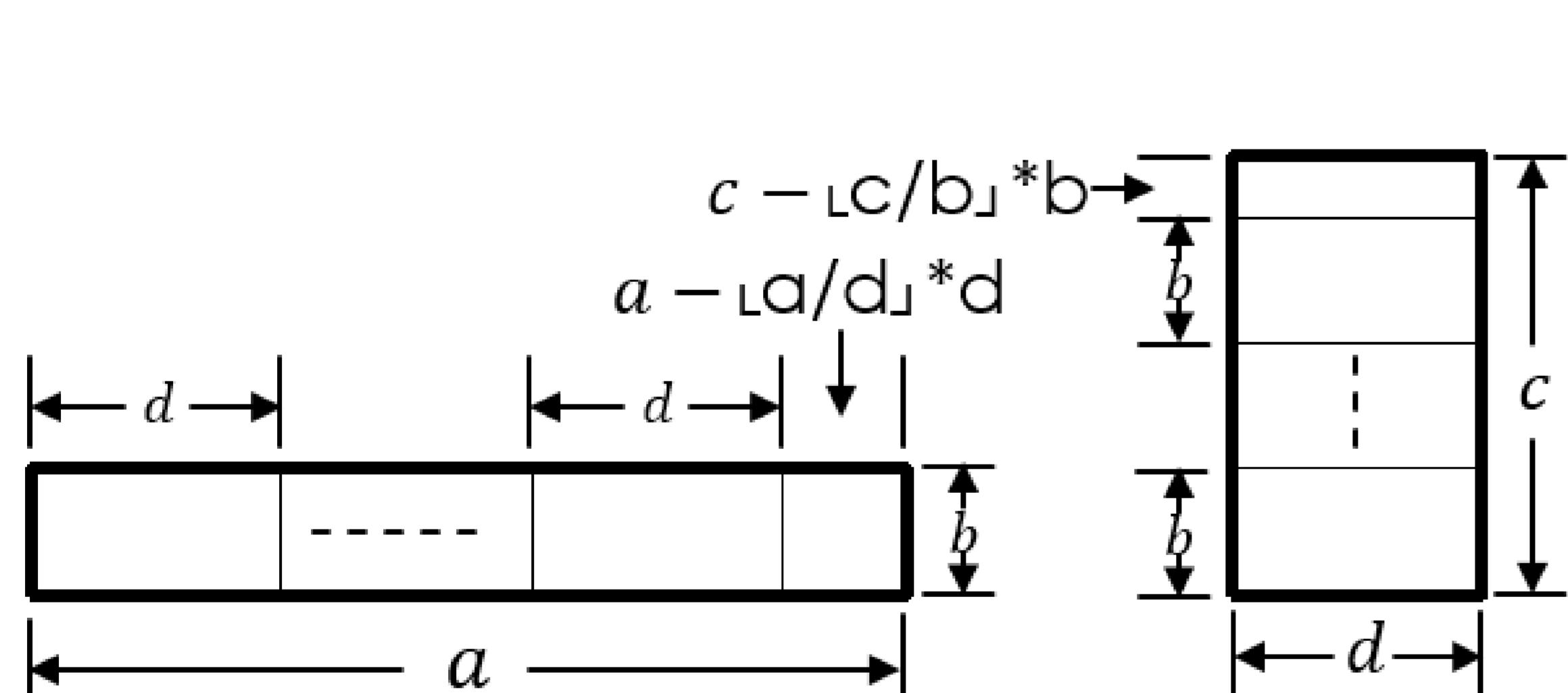


矩形转换问题

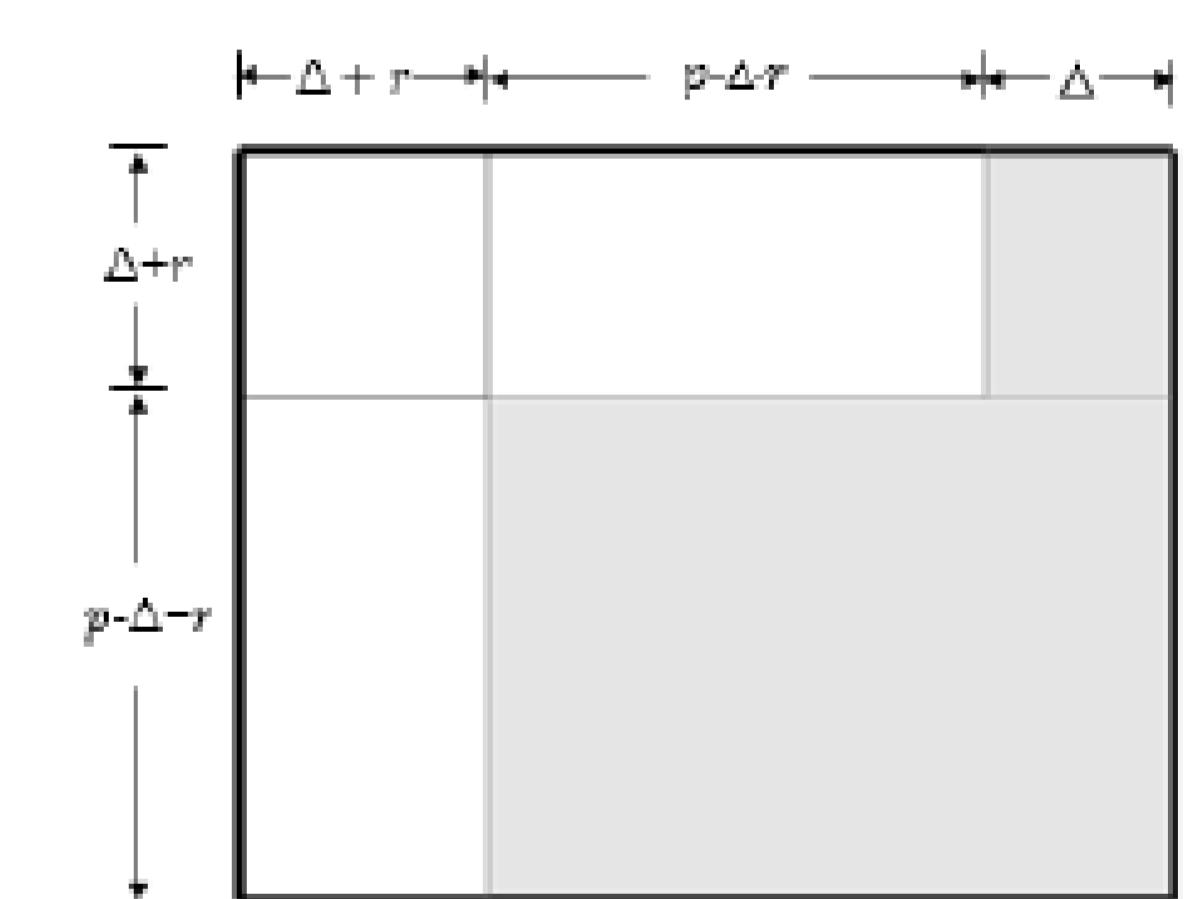
王少将、何昆、潘祎诚、夏盟信

矩形转换问题, Algorithmica, 2019年
联系方式 (王少将 seuhardware@aliyun.com)

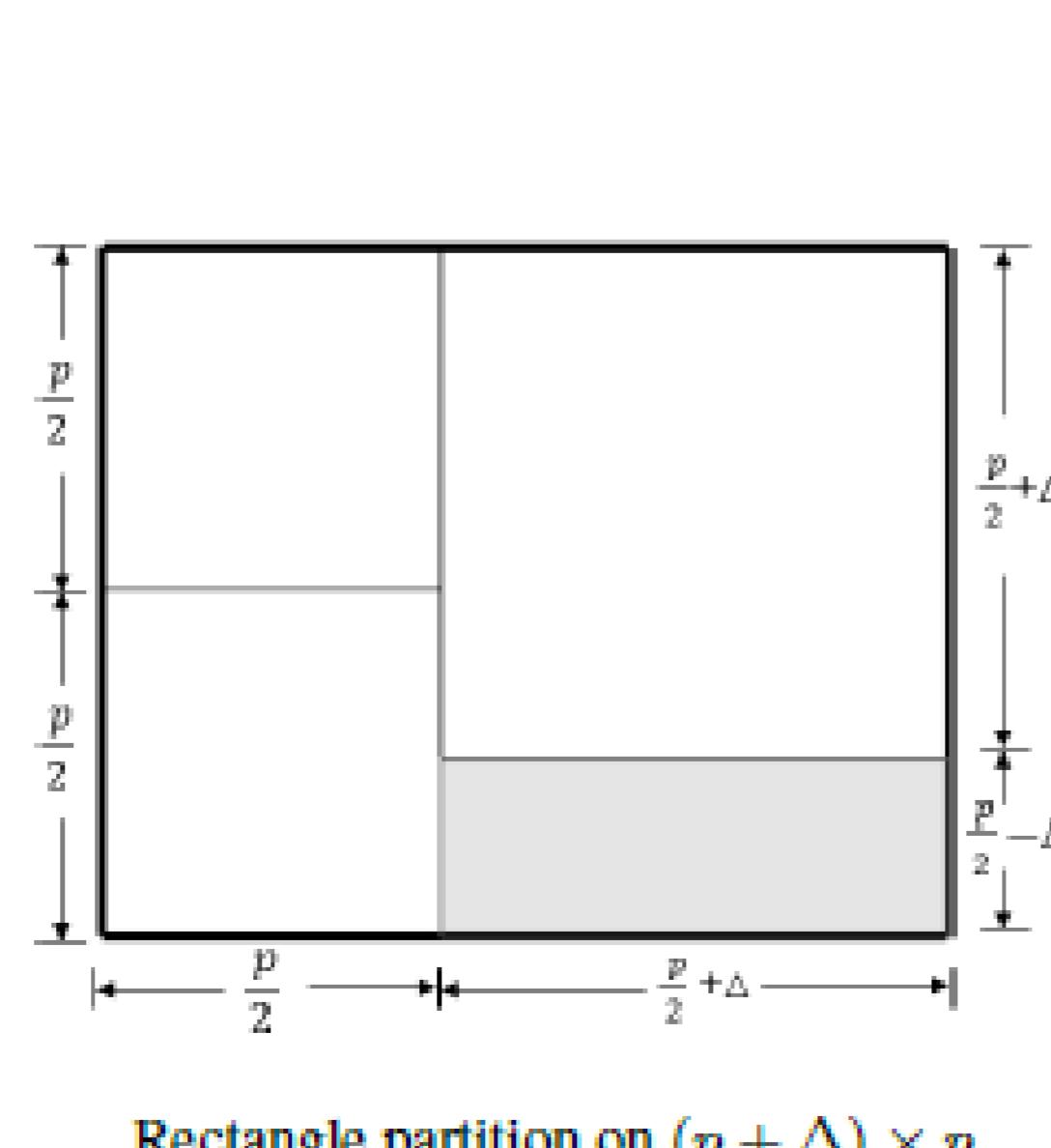
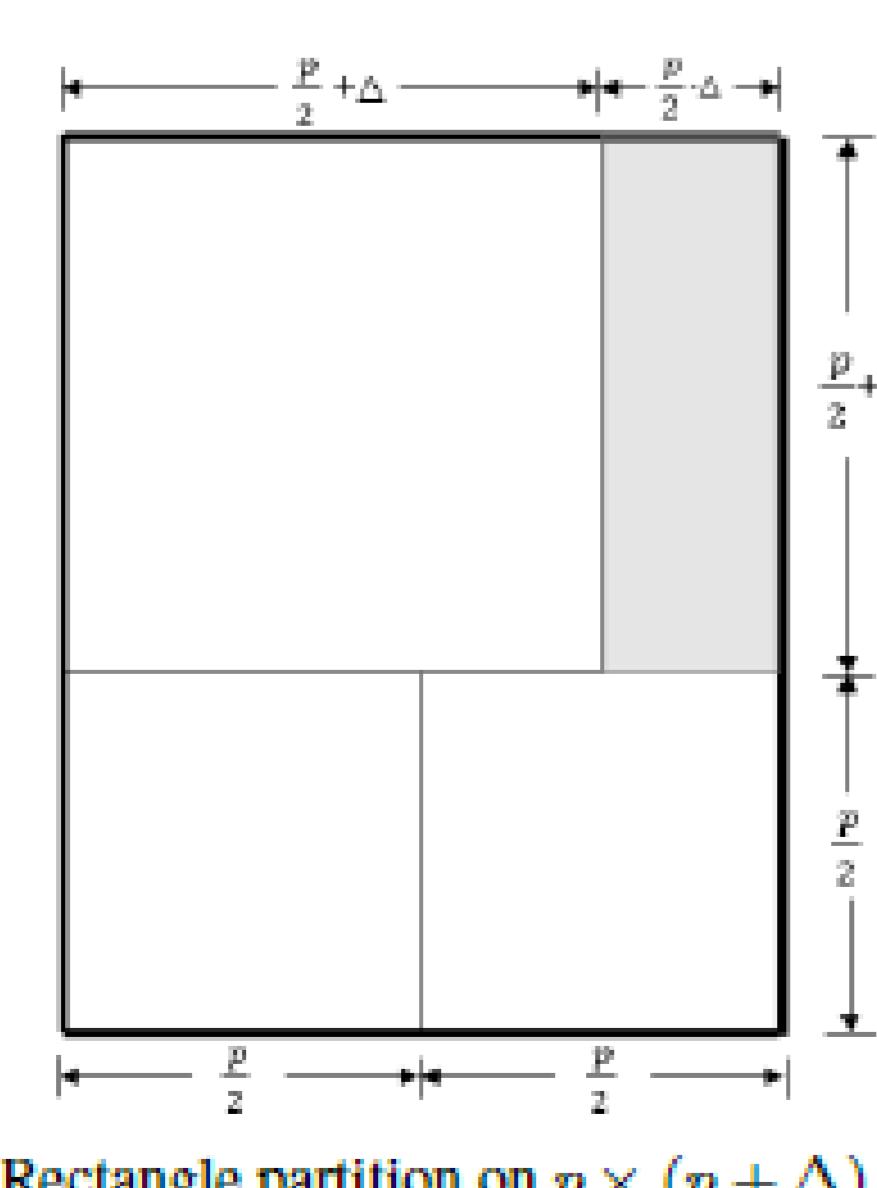
- 铁路集装箱问题的实际场景是“一带一路”的三大技术挑战之一。我们将铁路集装箱问题数学建模为矩形转换问题，理论背景可追溯到希尔伯特第三问题，具有重要理论意义。
- 矩形剖分问题定义：设 M_1 和 M_2 分别为两个矩形 $a \times b$ 和 $c \times d$ ($a, b, c, d \in R^+$)。假定 $ab = cd$, 那么 M_1 和 M_2 具有相同的面积。矩形转换问题需要分别为 M_1 和 M_2 找到一对同构矩形划分 P_1 和 P_2 ，即 P_1 和 P_2 为完全相等的小矩形集合，且分别为 M_1 和 M_2 的划分。
- 几何剖分算法及上界：为严格的整数矩形转换问题 $SIRTP(p, q)$ ($q \geq p$) 给出了近似算法，并证明了该算法的解具有 $q/p + 7\log_2 p$ 的上界。
- 几何剖分最优解下界：为严格的整数矩形转换问题 $SIRTP(p, q)$ ($q \geq p$) 给出了解的下界，即证明了对于任意常数 $\varepsilon, \delta > 0$ ，均有正整数 p 和 q 满足 $p < q < (1 + \delta) p$ ，使得 $SIRTP(p, q)$ 最小的解至少是 $\max\{q/p, \log_2^{1-\varepsilon} p\}$ 。与算法上界相比较，可知该下界是几乎紧致的。



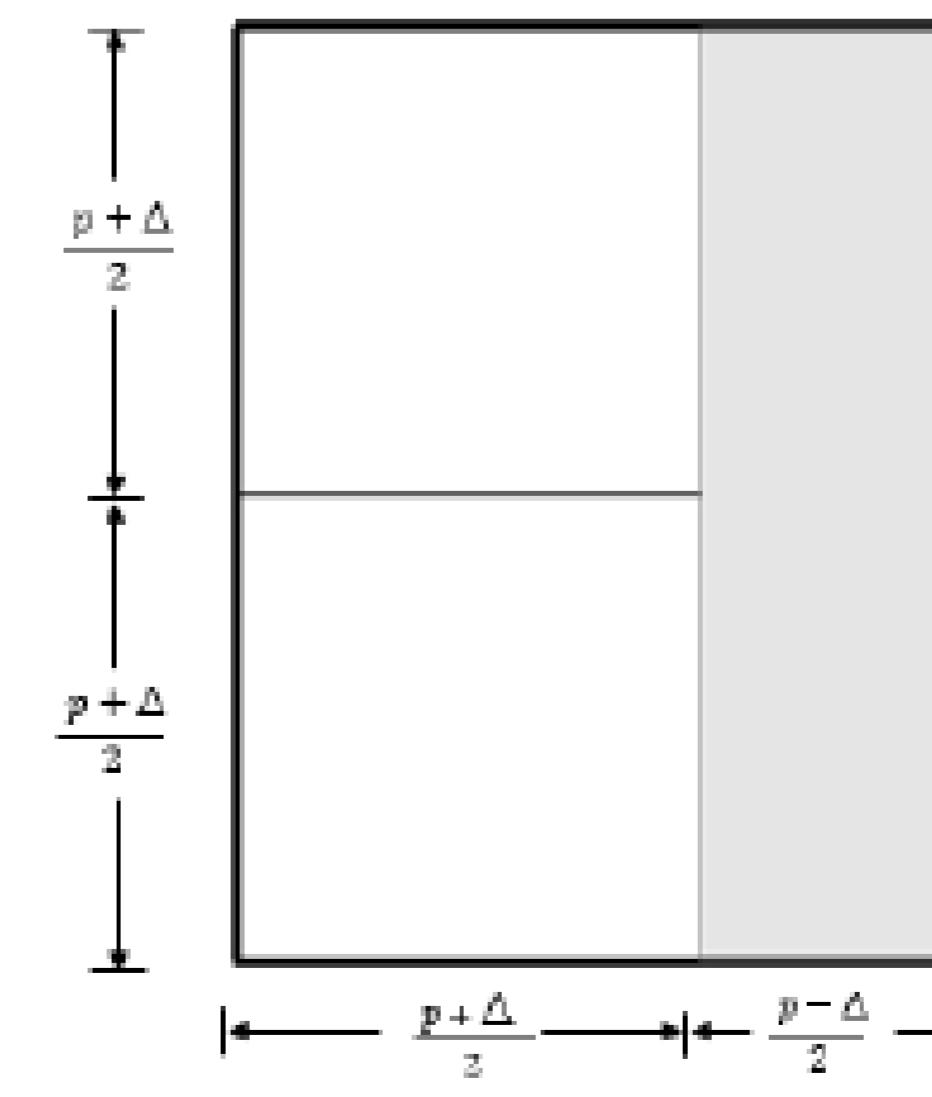
Rectangle partition on $p \times (p + \Delta)$



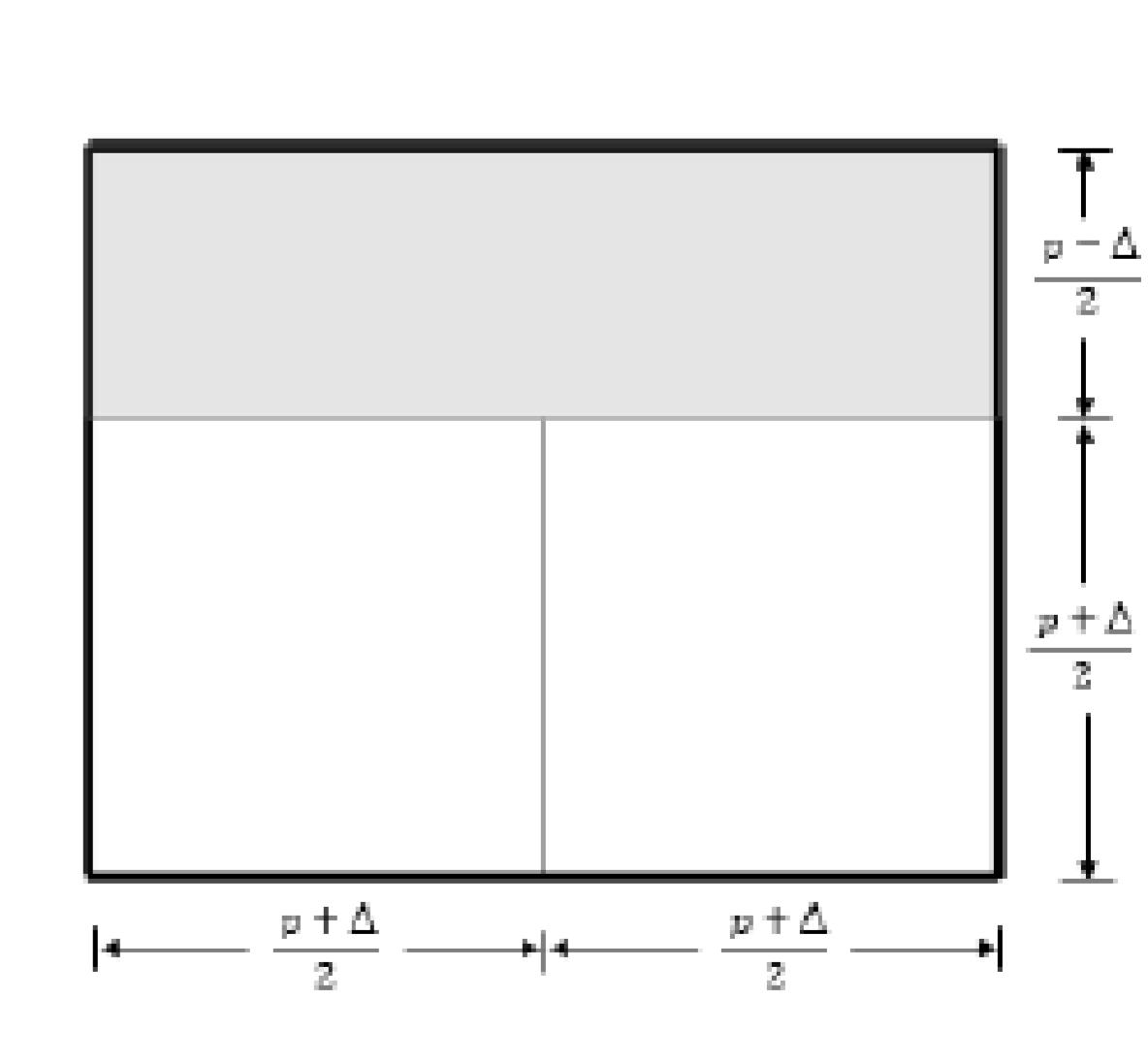
Rectangle partition on $(p + \Delta) \times p$



Rectangle partition on $p \times (p + \Delta)$



Rectangle partition on $p \times (p + \Delta)$



Rectangle partition on $(p + \Delta) \times p$