

NuCDS: 一种高效的最小联通支配集的局部搜索算法

李博涵, 张昕荻, 蔡少伟, 林锦坤, 王艺源, Christian Blum

NuCDS: An Efficient Local Search Algorithm for Minimum Connected Dominating Set

IJCAI 2020, Bohan Li libohan19@mails.ucas.ac.cn 15927361670

最小联通支配集问题(MCDS)是一个重要的NP难问题, 具有广泛的应用, 主要应用在无线网络领域, 尽管它有实际重要意义, 但是很少有工作致力于求解大图中的MCDS, 这主要是因为保持连通性的复杂度。在本文中, 我们提出了两种新颖的想法, 并设计了一种新的局部搜索算法来解决MCDS, 名为NuCDS。

首先我们设计了一种动态连通性保持方法(HDC), 用来选择性地在一种基于生成树的快速连通性方法和传统连通性方法之间切换。

其次我们设计了一种新的选点策略来使得算法在选点时考虑更为周到。

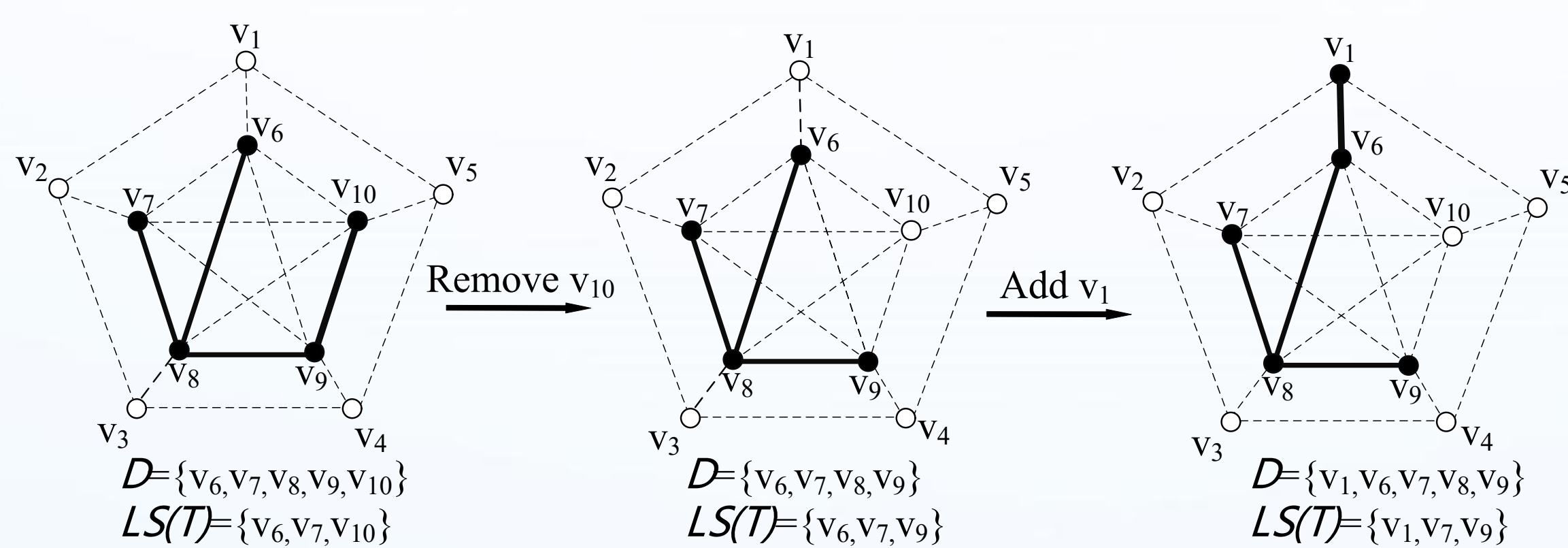
实验证明, 不论是在大图还是经典算例集上, NuCDS都显著优于目前最领先的MCDS算法。

HDC方法

引理: 给定一个图G的生成树T及其相应的叶子节点集合LS(T), 一个LS(T)中的点不是G的割点。

基于生成树的连通性方法(TBC)

给定一个候选解D, 在搜索过程中我们维护其子图的生成树T以及相应的叶子集合LS(T)。每个LS(T)中的点被允许删除, 而其他所有节点不允许被删除。



TBC维护连通性的时间复杂度为O(1)

相比于传统连通性保持方法(SUB)的O(N)时间复杂度有明显提升, 但是会错过一些更好的选择。

	TBC	SUB
优点	明显更快	考虑更多删点选项
缺点	错过高质量的解	耗时

Algorithm 1: the HDC heuristic

Input: the current solution D

Output: candidate removal vertex set $candRemoval(D)$

```

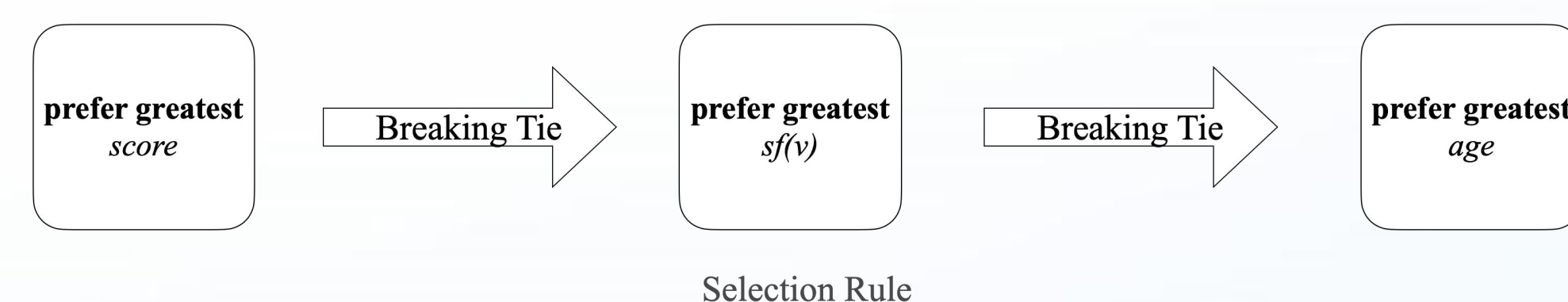
1 if  $stepNoImp > NoImp$  ||  $stepOneCon > MaxNoImp$  then
2   if  $curMethod == SUB$  then
3      $curMethod := TBC$ ;
4     construct a spanning tree  $T$  based on
      Construction Rule;
5   else  $curMethod := SUB$ ;
6   update  $NoImp$  by some tricks;
7    $stepOneCon := 0$ ,  $stepNoImp := 0$ ;
8 if  $curMethod == TBC$  then
9    $candRemoval(D) := LS(T)$ ;
10 else
11   compute  $art(G[D])$  based on Tarjan's algorithm;
12    $candRemoval(D) := D \setminus art(G[D])$ ;
13 return  $candRemoval(D)$ ;

```

基于安全性的选点策略

定义2: 给定连通图G和一个候选解D, 一个点的支配度定义为 $dd_G(v) = |NG[v] \cap D|$ dd_G 越大表示该点越安全。

安全性可以作为选点分数的补充



整体算法

Algorithm 2: the NuCDS algorithm

Input: An undirected graph $G = (V, E)$, the cutoff time

Output: An obtained best connected dominating set D^*

```

1 initialize  $score(v)$ ,  $sf(v)$ , for  $\forall v \in V$ ;
2  $curMethod := TBC$ ,
    $stepNoImp := stepOneCon := 0$ ;
3  $D := ConstructCDS(G)$ ,  $D^* := D$ ;
4 build a spanning tree  $T$  according to Construction
   Rule;
5  $candRemoval(D) := LS(T)$ ;
6 while  $elapsed\ time < cutoff\ time$  do
7    $candRemoval(D) := HDC(D)$ ;
8   if  $D$  is a connected dominating set then
9      $D^* := D$ ,  $stepNoImp := 0$ ;
10    select a vertex  $u \in candRemoval(D)$  by
      BMS according to Selection Rule;
11     $D := D \setminus \{u\}$ ;
12    if  $curMethod == TBC$  then update  $T$  and
       $LS(T)$  according to Removing Rule;
13    continue;
14    select a vertex  $u \in candRemoval(D)$  by BMS
      according to Selection Rule;
15     $D := D \setminus \{u\}$ ;
16    choose a vertex  $v \in N(D) \cap N(G \setminus N[D])$ 
      according to Selection Rule;
17     $D := D \cup \{v\}$ ;
18    if  $curMethod == TBC$  then update  $T$  and  $LS(T)$ 
      according to Removing and Adding Rules;
19     $stepNoImp++$ ,  $stepOneCon++$ ;
20 return  $D^*$ ;

```

实验结果

