

赌注的颗粒性与资产无限累积的可能性

George Barmpalias, 方楠

'Granularity of wagers in games and the possibility of saving', Information and Computation, vol. 275, p. 104600, Dec. 2020.

😊 George: barmpalias@gmail.com

😊 方楠: fangnan@ios.ac.cn

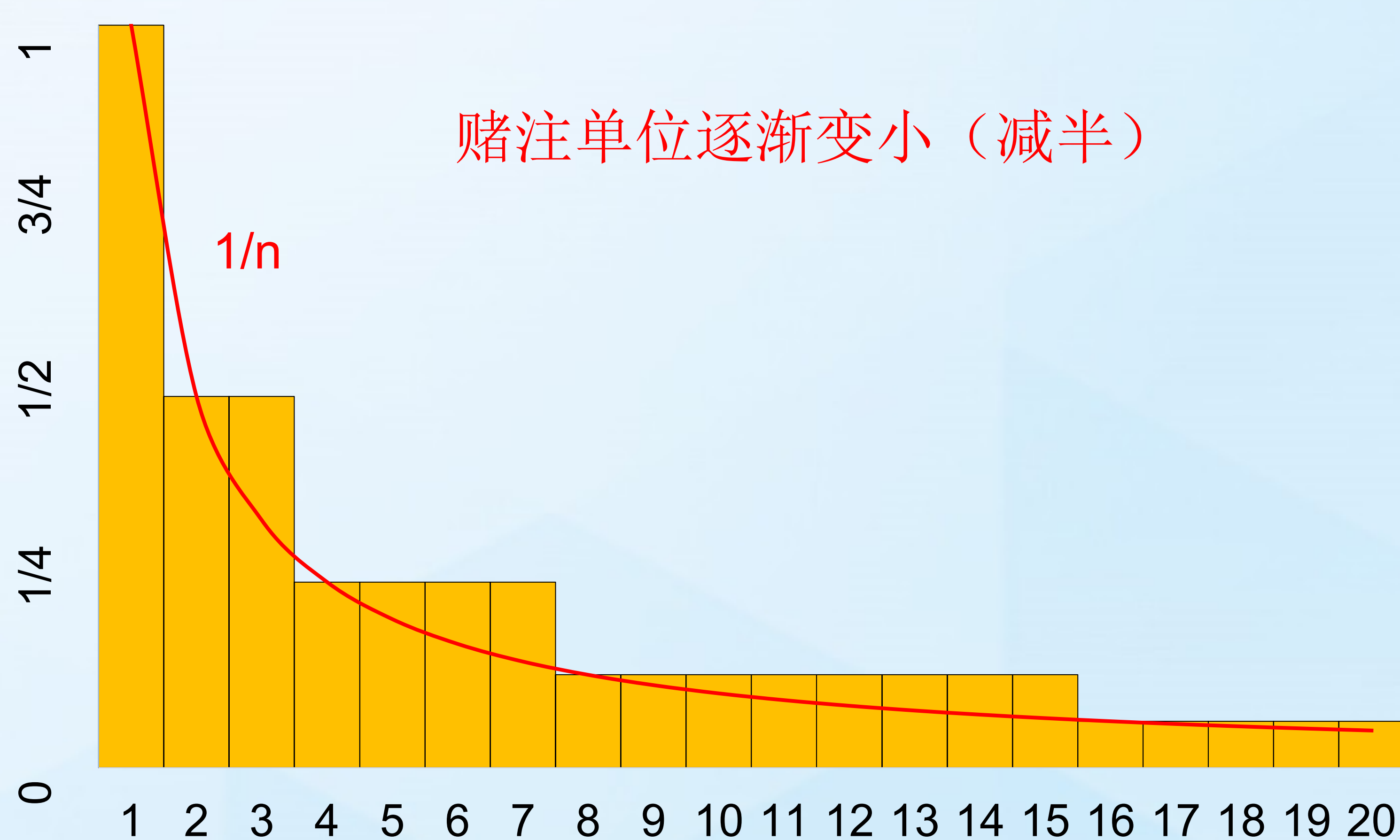


在实际的赌场中，筹码是有固定单位的，赌注受筹码制约，不可能无限细分，而只能是最小货币单位的整数倍。这种制约会对投注策略的性质产生影响。

一般地，在一个赌注单位没有限制的赌场，若有一个**资产上限**趋于无穷的投注策略，那么我们可以很容易将其改造成一个新的策略，让我们可以一边将赢得的部分资金封存起来，一边继续投注，而封存起来的资金依然趋于无穷。这其中我们只需要每次积累到一定资金，封存一部分，然后将剩下的资金按比例依照原策略投注即可。而如果赌场要求所有赌注必须为整数时，这样的技巧是行不通的，实际上Teutsch证明了上述的投注策略性质此时完全不成立。

考虑到这与赌注单位可否无限细分有关，我们考察一种赌注颗粒化的情况，随着时间的变化，赌注颗粒可能会越来越小。（若颗粒大小一直不变，则等同于整数型；若颗粒从一开始就可以任意小，则为实数型。）

我们证明了在赌注单位变小的速度与 $1/n$ 相当或更慢时（如右图所示），上述技巧均不能成立；若更快一些，则能够成立。



我们的这一结果在算法随机性领域说明了对鞅进行不同的限制带来的不同影响。同时还具有一定的现实性，比如这种投注颗粒越来越小的模型可以用来解释货币的通货膨胀等。相关的研究价值和社会应用还有待进一步的挖掘。