基于多重网格的调和可测叶状结构快速生成

A multigrid approach for generating harmonic measured foliations

王少东*，马帅，赵辉，王文成

Computer & Graphics, 2022, 102:380-389. DOI: 10.1016/j.cag.2021.10.003.
Shape Modeling International 2021会议最佳论文提名奖
*Tel: 18519682593, E-mail: wangsd@ios.ac.cn

研究背景

调和可测叶状结构是流形上的子流形结构，类似于模型上的条纹样式，在曲面参数化、模型匹配、网格四边形化等许多图形处理中有重要应用，如工业软件、电影特效等。

在三维网格模型上，已有方法[1, 2]使用模型上的环路初始化一个离散可测叶状结构，并通过迭代优化来生成调和可测叶状结构。其计算涉及求解非线性约束优化问题，在高精度模型上计算缓慢，甚至无法收敛。

调和可测叶状结构与曲面参数化

调和可测叶状结构的迭代计算过程

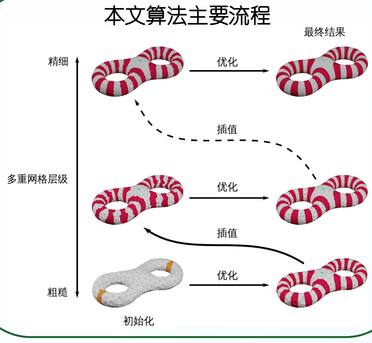
本文创新

主要思路：多重网格法通过在多分辨率网格上的分级渐进优化，能很好地提高计算收敛速度。

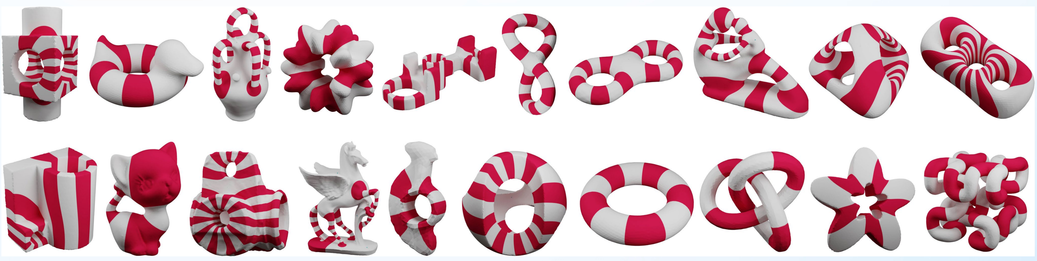
本文贡献：提出了一个基于多重网格法的调和可测叶状结构算法，极大提高了叶状结构生成的计算收敛速度。为保证计算正确性，本文对传统的多重网格法做了如下改进：

1. 提出构建多分辨率的Delaunay网格层级以满足调和可测叶状结构的计算要求；
2. 提出一系列插值方式以保证调和可测叶状结构的约束条件不被破坏。

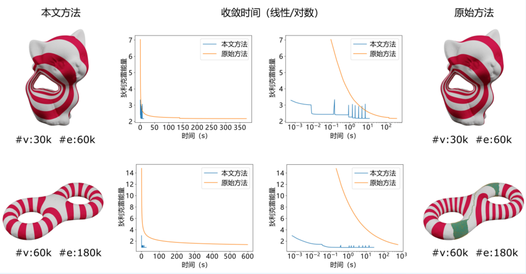
本文算法主要流程



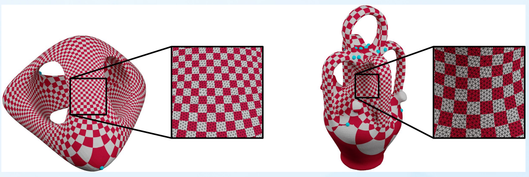
实验结果



本文方法在多个模型上计算得到的调和可测叶状结构。



相比原始算法[1, 2]，本文方法显著提高了计算收敛性。



应用本文方法，调和可测叶状结构可用于高精度网格模型的参数化处理，提高了调和可测叶状结构的实用性。

模型	顶点数	边数	原始算法	本文-25%[2]		本文-50%		本文-75%	
				构建[3]	求解[4]	构建	求解	构建	求解
Block	26k	78k	103.55	0.19	17.30	0.21	**12.05 (9x)**	0.23	14.28
Bob	5k	15k	15.47	0.03	4.12	0.03	**4.00 (4x)**	0.03	13.01
Botijo	93k	280k	—[5]	1.08	35.49	1.11	**34.79**	1.27	36.73
Bumpy-torus	12k	36k	73.56	0.08	7.67	0.09	**4.38 (17x)**	0.09	29.23
Cad	74k	222k	3372.10	0.73	29.43	0.80	**28.87 (117x)**	0.84	32.11
Dtorus	66k	197k	—	0.62	19.65	0.63	**15.82**	0.81	24.93
Eight	100k	301k	—	1.25	26.06	1.63	**26.86**	1.35	32.54
Fertility	30k	90k	940.53	0.23	25.28	0.24	25.24	0.28	**22.13 (43x)**
Genus	104k	312k	—	1.16	51.82	1.22	**43.99**	1.43	60.13
Holes3	96k	288k	2985.67	1.08	**44.38 (67x)**	1.15	45.05	1.26	48.58
Joint	36k	108k	2024.21	0.27	23.34	0.29	**15.38 (132x)**	0.33	18.11
Kitten	50k	150k	1610.22	0.41	23.65	0.56	**13.38 (120x)**	0.47	16.24
Master-cylinder	542k	1625k	—	12.84	192.00	13.78	**185.25**	13.90	256.78
Pegasus	20k	60k	395.29	0.13	**19.62 (20x)**	0.14	20.89	0.16	21.10
Rocker-arm	1k	3k	1.06	0.00	1.00	0.00	1.02	0.00	**0.83 (1x)**
Sculpt	58k	175k	570.58	0.48	**25.27 (23x)**	0.55	25.29	0.61	26.82
Torus	3k	9k	7.83	0.02	3.43	0.03	2.61	0.03	**1.58 (5x)**
Trefoil-knot	147k	442k	—	2.31	34.47	2.36	**23.36**	2.73	28.71
Trimstar	246k	737k	—	4.30	67.20	4.58	**53.43**	4.99	61.62
Tube	42k	126k	3216.15	0.33	43.86	0.35	15.90	0.41	**13.15 (245x)**

[1] 时间单位为秒　[2] 百分比 = 较粗层级网格边数/较细层级网格边数　[3] 建立多重网格层级的时间
[4] 计算调和可测叶状结构的时间　[5] 在规定时间内未收敛（所有实验中设为 1 小时）

本文方法与原始算法[1, 2]的计算时间统计表。原始算法在很多模型上计算1小时仍无法收敛，本文算法最多需要几分钟就可收敛，加速最高达到245倍。

SMI'21会议最佳论文提名奖证书

参考文献：
[1] D. R. Palmer, "Toward computing extremal quasiconformal maps via discrete harmonic measured foliations," Bachelor's thesis, Harvard College, 2016. Accessed: Jul. 03, 2019. [Online]. Available: https://dash.harvard.edu/handle/1/39060036
[2] H. Zhao, S. Wang, and W. Wang, "Global conformal parameterization via an implementation of holomorphic quadratic differentials," IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, vol. 28, no. 3, pp. 1529–1544, 2020, doi: 10.1109/TVCG.2020.3016574.