

# BdryReach: 基于边界计算的可达集计算工具

理论基础: 初始集可达集的边界等于初始集边界的可达集

主要完成人: 任德金 赵常源 薛白 主要联系人: 任德金 手机号: 18801258257 邮箱: rendj@ios.ac.cn

## 背景介绍

智能制造成为工厂自动化的重要趋势,也是中国制造的未来,而智能安全是所有工业智能化的前提和基础。智能制造要求智能体安全运动,可达集分析是确保智能体运动行为安全的重要理论方法工具。

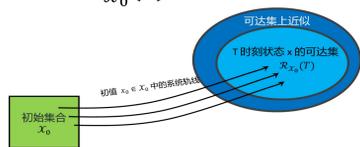


微分方程是刻画智能体运动行为的主流数学模型之一,其数学表达形式如下:

$$\dot{x}(t) = f(x(t))$$

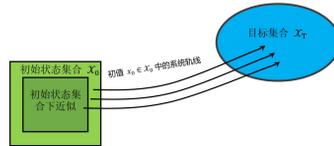
### 可达集上近似问题:

给定初始集合,计算其在时间区间  $[0, T]$  内状态  $x(t)$  所能到达的区域集合  $\mathcal{R}_{x_0}(T)$  上近似。



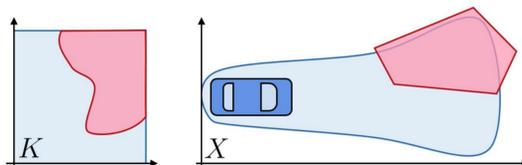
### 可达集下近似问题:

给定目标集合  $\mathcal{X}_T$  和时间区间  $[0, T]$ , 计算使得系统在  $T$  时刻进入目标区域的初始状态集合  $\mathcal{X}_0$  下近似。



可达集近似计算在具有广阔的应用,如

- ❖ 自动驾驶
- ❖ 路径规划
- ❖ 碰撞规避
- ❖ 控制器生成等

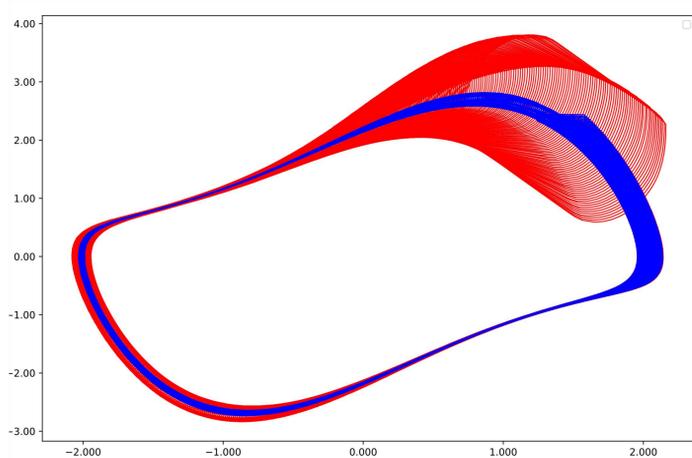


可达集近似计算应用于碰撞检测

## 基于边界分析理论的可达集上近似计算[1]

VanderPol

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (1 - x_1^2)x_2 - x_1 \end{cases}$$



比较:

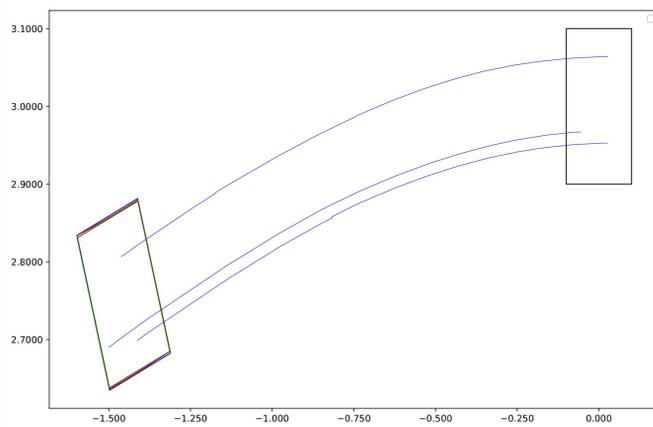
- 时间区间  $[0, 6.74]$
- 红色部分为 MATLAB 工具箱CORA[3] 计算的可达集上近似
- 蓝色部分为 BdryReach 计算的可达集上近似

BdryReach 计算的可达集上近似更准确

## 基于边界分析理论的可达集下近似计算[2]

- 时间区间  $[0, 0.5]$
- 目标集合  $\mathcal{X}_T$  为右侧黑色 zonotope
- 蓝色部分为可达集的上近似
- 红色部分为边界可达集的上近似
- 绿色部分为可达集下近似

下面框图描述了该方法的计算框架,已被集成到可达集计算工具箱CORA中 [4]



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 0.2 - 0.7\sin(x_1) - 0.05x_1 \end{cases}$$

同步电机的机电振荡模型



## 参考文献

- [1] Xue B, Easwaran A, Cho N J, et al. Reach-avoid verification for nonlinear systems based on boundary analysis[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 62(7): 3518-3523.
- [2] Xue B, She Z, Easwaran A. Under-approximating backward reachable sets by polytopes[C] International Conference on Computer Aided Verification. Springer, Cham, 2016: 457-476.
- [3] Althoff M, Stursberg O, Buss M. Reachability analysis of nonlinear systems with uncertain parameters using conservative linearization[C] 2008 47th IEEE Conference on Decision and Control. IEEE, 2008: 4042-4048.
- [4] Kochdumper N, Althoff M. Computing non-convex inner-approximations of reachable sets for nonlinear continuous systems[C] 2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). IEEE, 2020: 2130-2137.
- [5] Kochdumper N, Althoff M. Sparse polynomial zonotopes: A novel set representation for reachability analysis[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 66(9): 4043-4058.